

Roll No. ....

Total Pages : 8

BCE/A-20

21002

BUSINESS MATHEMATICS

Paper-BC-102

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 80

Note : Attempt *five* questions, selecting at least *one* question but not more than *two* questions from each unit.

नोट : प्रत्येक इकाई से न्यूनतम एक-एक प्रश्न किन्तु दो प्रश्न से अधिक नहीं, का चयन करते हुए पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

UNIT-I

(इकाई-I)

1. (i) If  $x^y = e^{x-y}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$ . (8)

(ii) If  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ ,  $y = \frac{2t}{1+t^2}$ , show that  $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} = 0$ . (8)

(i) यदि  $x^y = e^{x-y}$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$ .

21002/PDF/KD/674/Trans.

[P.T.O.]

(ii) यदि  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ ,  $y = \frac{2t}{1+t^2}$ , तो प्रदर्शित कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} = 0.$$

2. (i) Verify Euler's theorem for the function  $u(x, y) = x^3 + y^3 + x^2y + xy^2$ . (8)

(ii) Find two positive numbers whose sum is 16 and the sum of whose cubes is minimum. (8)

(i) फलन  $u(x, y) = x^3 + y^3 + x^2y + xy^2$  के लिए यूलर प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

(ii) दो ऐसी धनात्मक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 16 है और जिनके घनों का योग न्यूनतम है।

3. (i) Evaluate :  $\int e^x \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ . (8)

(ii) Evaluate :  $\int \frac{5x+6}{x^2-3x+2} dx$ . (8)

(i) मान ज्ञात कीजिए :  $\int e^x \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ .

(ii) मान ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{5x+6}{x^2-3x+2} dx$ .

4. (i) Find the area of the region included between the parabola  $y^2 = x$  and the straight line  $x + y = 2$ . (8)
- (ii) If the market demand curve is  $p = 85 - 4x - x^2$ , where  $p$  and  $x$  respectively the price and the amount demanded of a commodity, find the consumer's surplus (i) when  $x = 5$  and (ii) when  $p = 64$ . (8)
- (i) परवलय  $y^2 = x$  तथा सरल रेखा  $x + y = 2$  के बीच स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- (ii) यदि बाजार माँग वक्र  $p = 85 - 4x - x^2$  है, जहाँ  $p$  और  $x$  क्रमशः किसी वस्तु का मूल्य और माँग की मात्रा हैं, उपभोक्ता अधिशेष ज्ञात कीजिए जब (i)  $x = 5$  तथा (ii)  $p = 64$  हो।

UNIT-II

(इकाई-II)

5. (i) Without expanding the determinant, show that  $\begin{vmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{vmatrix} = (2a + 1)(1 - a)^2$ . (8)

- (ii) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  then find  $f(A)$ , where  $f(x) = x^2 - 5x + 7$ . (8)

(i) सारणिक को विस्तारित किये बिना प्रदर्शित कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{vmatrix} = (2a + 1)(1 - a)^2.$$

(ii) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  तो  $f(A)$  ज्ञात कीजिए, जहाँ

$$f(x) = x^2 - 5x + 7.$$

6. (i) Find the adjoint of  $A$ , where  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Also verify that  $A(\text{adj } A) = |A|I_3$ . (8)

(ii) If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  then show that

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}. \quad (8)$$

(i)  $A$  का सहखण्डज ज्ञात कीजिए, जहाँ  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

साथ ही सत्यापित भी कीजिए कि  $A(\text{adj } A) = |A| \cdot I_3$ .

- (ii) यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  तो प्रदर्शित कीजिए कि  
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .

7. (i) Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  by using elementary row transformations. (8)
- (ii) Solve the following system of equations by matrix method : (8)

$$\begin{aligned}x - y + z &= 1 \\2x + y + z &= 2 \\x - 2y + z &= 4.\end{aligned}$$

- (i) प्राथमिक पंक्ति रूपान्तरण का प्रयोग करते हुए आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \text{ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।}$$

- (ii) आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$\begin{aligned}x - y - z &= 1 \\2x + y + z &= 2 \\x - 2y + z &= 4.\end{aligned}$$

UNIT-III

(इकाई-III)

8. (i) Solve the following linear programming problem by graphical method : (8)

Maximize  $Z = 4x + 9y$ , subject to constraints :

$$x + 5y \leq 200$$

$$2x + 3y \leq 134$$

$$x, y \geq 0.$$

- (ii) Find the dual of the following LPP : (8)

Minimize  $Z = 2x_1 + 2x_2$ ,

subject to constraints :

$$2x_1 + 4x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \geq 1$$

and  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

- (i) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 4x + 9y$  का अधिकतमीकरण कीजिए :

$$x + 5y \leq 200$$

$$2x + 3y \leq 134$$

$$x, y \geq 0.$$

- (ii) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का द्वैत ज्ञात कीजिए :  
निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 2x_1 + 2x_2$  का  
न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x_1 + 4x_2 \geq 1$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$2x_1 + x_2 \geq 1$$

तथा  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

9. Using simplex method, solve the following LPP :

Maximize  $Z = 3x + 5y$ , subject to constraints :

$$x + 2y \leq 20, x + y \leq 15, x \leq 5, x \geq 0, y \geq 0. \quad (16)$$

सरल विधि का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या  
को हल कीजिए :

निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 3x + 5y$  का अधिकतमीकरण  
कीजिए :

$$x + 2y \leq 20, x + y \leq 15, x \leq 5, x \geq 0, y \geq 0.$$

10. (i) The difference between the simple and compound  
interest on a certain sum of money for 2 years at 4%  
per annum is Re. 1. Find the sum. (8)

(ii) Find the amount of an ordinary annuity of 12 monthly payments of Rs. 1000 that earn an interest at 12% per year compounded monthly. (8)

(i) किसी राशि का 4% वार्षिक की दर से 2 वर्षों हेतु साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर रु. 1 है। राशि ज्ञात कीजिए।

(ii) रु. 1000 के 12 माह के भुगतान की सामान्य वार्षिक वृत्ति की राशि ज्ञात कीजिए जिसे मासिक चक्रवृद्धि पर 12% वार्षिक ब्याज मिलता है।